

ANEXO

PROBLEMAS DEL MODELO DE EXAMEN

1. Sean las matrices $A = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ -2 & 3 \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Halla la matriz X que sea solución de la ecuación matricial $A \cdot X + X = B$. Justifica la respuesta.

Este problema se puede poner con las nuevas calculadoras permitidas, aunque se daría menos peso al cálculo de la inversa.

2. Dadas las matrices $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 \\ x & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & y \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} z & 8 \\ 15 & 9 \end{pmatrix}$ e I la matriz identidad de orden 2. Calcula, justificando la respuesta, los valores de x , y , z para que se verifique que $A^t \cdot B = I + C$, siendo A^t la matriz traspuesta de A .

Este problema se puede poner con las nuevas calculadoras permitidas, teniendo más peso el planteamiento del sistema de ecuaciones a partir de la ecuación matricial que la propia resolución del sistema. Otra forma de plantear sistemas de ecuaciones, en este caso contextualizando el enunciado, queda recogida en el problema 1 de los nuevos problemas.

3. Sea A la matriz siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -2 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & x \end{pmatrix}$$

- Determina, justificando la respuesta para qué valores de x no existe la inversa de A . **(1 punto)**
- Calcula la inversa de A para $x=0$. **(1 punto)**

En este problema debería tener menos peso el cálculo de la inversa, que puede ser realizado con la calculadora. Un enunciado alternativo y una nueva distribución de la puntuación se recoge en el problema 2 de los nuevos problemas.

4. Un taller de confección textil produce dos categorías de trajes: de señora y de caballero. Dispone de material para fabricar diariamente 850 trajes de señora y 650 de trajes de caballero. Si tiene que fabricar diariamente como máximo 1000 unidades totales y el beneficio obtenido por cada traje de señora es de 150 euros y de 200 euros por traje de caballero, ¿cuántos trajes de cada tipo han de fabricarse diariamente para hacer máximos los beneficios? ¿Cuáles serán dichos beneficios máximos? Justifica las respuestas.

Este problema se puede poner con las nuevas calculadoras permitidas.

5. El precio de cada acción de una determinada empresa, x , oscila entre 1 y 5 euros. La facturación de dicha empresa en bolsa (en miles de euros) depende del precio de la acción y viene dada por la función:

$$F(x) = \begin{cases} A + Bx & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \\ 2 - Bx + Ax^2 & \text{si } 2 < x \leq 5 \end{cases}$$

Se sabe que, para un precio de la acción de 1 euro, la facturación es 4 (miles de euros) y que la función es continua. Determina, justificando la respuesta, las constantes A y B.

Este problema se puede poner con las nuevas calculadoras permitidas.

6. Durante la crecida de un río, la Confederación Hidrográfica del Tajo ha estimado que el caudal (en m³/s) ha variado durante las primeras 6 horas de acuerdo con la función:

$$C(t) = 2t^3 - 21t^2 + 60t + 20 \quad (0 \leq t \leq 6)$$

- Estudia el crecimiento y decrecimiento del caudal a lo largo de esas 6 horas.
- Determina las horas de máximo y mínimo caudal. Calcula los caudales máximo y mínimo.
Justifica las respuestas.

En este problema habría que dar mucho más peso al razonamiento ya que la resolución de la ecuación de grado 2, que es el cálculo más complejo de este ejercicio lo hace la calculadora. También se pueden explorar nuevos enunciados como el problema 6 de los nuevos problemas.

7. Se pide, justificando las respuestas:

- Hallar el área encerrada por la función $f(x) = x^2 + x - 2$ y el eje OX entre $x=0$ y $x=2$. **(1 punto)**
- Calcular las asíntotas de la función $g(x) = \frac{2x^2+1}{x^2-3x-4}$ **(1 punto)**

El apartado a) lo resuelve directamente la calculadora, por lo cual habría que replantearlo. Una formulación alternativa se encuentra en el problema 3 de los nuevos problemas. Además con esta nueva formulación, se podría plantear este apartado como un problema separado.

El apartado b) se podría poner, aunque dando más peso al razonamiento que al cálculo. Se podría hacer alguna pregunta adicional sobre las propias asíntotas que permitiera plantear este apartado como un problema separado.

8. En un bosque hay 50 abetos, 30 cipreses y 120 pinos. Una enfermedad provocada por una oruga afecta a 25 abetos, 9 cipreses y 48 pinos. Se pide, justificando las respuestas:

- Calcular la probabilidad de que un árbol elegido al azar esté infectado por la oruga, si se sabe que es un pino. **(1 punto)**
- Calcular la probabilidad de que un árbol elegido al azar esté infectado por la oruga. **(1 punto)**

Este problema se puede poner con las nuevas calculadoras permitidas, si bien también tendrían cabida otros problemas que fomenten el razonamiento como podría ser el problema 4 de los nuevos problemas.

9. Con el fin de estimar la proporción de empresas de una determinada ciudad que reciclan el papel usado, se selecciona una muestra de 400 de ellas, resultando que 336 reciclan el papel que utilizan. Se pide, justificando las respuestas:

- a) Calcular una estimación puntual de la proporción de empresas de esa ciudad que reciclan su papel usado. **(1 punto)**
- b) Calcular un intervalo de confianza al 95% para la proporción de empresas que recicla. **(1 punto)**

Este problema se puede poner con las nuevas calculadoras permitidas, si bien también tendrían cabida otros problemas que fomenten el razonamiento como podría ser el problema 5 de los nuevos problemas.

10. Se desea conocer la media de ingresos por publicidad de los diarios regionales, variable que se supone con distribución normal de desviación típica 400 euros. Si deseamos obtener un intervalo de confianza al 95% para la media, ¿cuál debe ser el tamaño muestral para que el intervalo tenga una longitud de 160 euros? Justificar la respuesta.

Este problema se puede poner con las nuevas calculadoras permitidas.

NUEVOS MODELOS DE EJERCICIOS

1. Los precios de un gimnasio son diferentes según la franja horaria dispuesta en tres turnos: mañana, mediodía y tarde. Este mes han acudido 150 personas por la mañana, 30 en la franja del mediodía y 270 por la tarde y el gimnasio ha ingresado un total de 15900 euros. La diferencia entre el precio de la tarde y la mañana equivale a la mitad del precio para el mediodía y al sumar los precios del mediodía y la tarde obtenemos el doble del precio de la mañana.

- a) Plantea el sistema de ecuaciones que nos permita averiguar cuál es el precio de cada franja horaria. **(1.5 puntos)**
- b) Resuelve razonadamente el sistema planteado en el apartado anterior. **(0.5 puntos)**

2. Sea A la matriz siguiente:

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -2 & 2x & 1 \\ -2 & 4 & x \end{pmatrix}$$

- a) Determina, justificando la respuesta para qué valores de x no existe la inversa de A. **(1.5 puntos)**
- b) Calcula la inversa de A para $x=0$. **(0.5 puntos)**

3. Hallar el área encerrada por la función $f(x) = x^2 + ax - 2$ y el eje OX entre $x=0$ y $x=1$, sabiendo que su gráfica está por encima del eje OX en dicho intervalo. Hallar el valor de a para que dicha área valga 7.

4. Si A y B son dos sucesos tales que $P(A)=0.4$, $P(B|A)=0.25$ y $P(B^c)=0.75$, se pide:

- a) ¿Son independientes los sucesos A y B? Justificar la respuesta.
- b) Calcular $P(A \cup B)$. Justificar la respuesta.

5. Con el fin de estimar la proporción de empresas de una determinada ciudad que reciclan el papel usado, se selecciona una muestra de 400 de ellas, resultando que 336 reciclan el papel que utilizan. Se pide, justificando las respuestas:

- a) Calcular un intervalo de confianza al 95% para la proporción de empresas que recicla. **(1.5 puntos)**
- b) A la vista del intervalo, ¿podemos asegurar que el porcentaje de empresas que reciclan supera el 75%? **(0.5 puntos)**

6. En una empresa los ingresos brutos y los costes producidos en la venta de un producto vienen dados por las siguientes expresiones:

Ingresos brutos: $I(x) = -3x^2 + 200x$ (en miles de euros)

Costes: $C(x) = 2x^2 - 150x + 5000$ (en miles de euros)

Siendo x es el número de unidades vendidas. ¿Qué número de unidades habría que vender para obtener un beneficio máximo, teniendo en cuenta que el beneficio es igual a los ingresos brutos menos los costes? ¿Cuál sería ese beneficio? Justifica las respuestas.