

Recordar que el modelo es solo una colección de 10 ejercicios, que no son los únicos posibles, ni los exámenes tienen que ser parecidos a ellos. Este documento incluye otros ejercicios que ha aportado la comisión y que pueden orientar a los alumnos. De todas formas, lo que marca los ejercicios posibles es la matriz de especificaciones del BOE y el documento anexo, publicado en la web de la universidad, acordado por todos los profesores y ratificado cada año.

1. ÁLGEBRA

- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -8 & 7 & 4 \\ 8 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

a) Halla la matriz X que verifica $A \cdot X + B = 2A$.

b) Calcula B^2 y B^{2016} .

- Sea la matriz $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$ y $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ y $B = \begin{pmatrix} a \\ -1 \\ a \end{pmatrix}$. Estudie y clasifique el sistema de ecuaciones $A \cdot X = B$ según los valores de a .

- Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Indica los valores de m para los que A es invertible.

b) Resolver la siguiente ecuación matricial $X \cdot A - B^t = C$ para $m = 0$.

- Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} k & 2 & -1 \\ 2 & 4 & k \\ 3 & 6 & -3 \end{pmatrix}$$

- a) Determina los valores de k para los que la matriz es regular.
- b) Estudia el rango de la matriz A , según los valores del parámetro k .
- Hallar las matrices de la forma $X = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 0 & y \end{pmatrix}$ que verifiquen la ecuación $X^2 - X = 2I$, donde I es la matriz identidad de orden 2.
 - Calcula las matrices X que conmutan con la matriz $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$.
 - Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{array} \right\}$$

- a) Calcula a de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma $ax + y - 7z = 1$ el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el original.
- b) Resuelve el sistema para $a = 1$.

2. GEOMETRÍA

- Sean $A(-3, 4, 0)$, $B(3, 6, 3)$ y $C(-1, 2, 1)$ los tres vértices de un triángulo. Se pide:
 - a) Calcula la ecuación del plano que contiene al triángulo.
 - b) Calcula la medida del ángulo \hat{A} (el que tiene como vértice a A).
 - c) Calcula el área del triángulo.
- Discute, según los valores de a , la posición relativa de los planos:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 5y + 3z = 1 \\ x + 3y + (1-a)z = 0 \\ 3x - ay + 2z = a - 1 \end{array} \right\}$$

- Dada la recta de ecuación $\frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+4}{3}$, hallar:
 - a) Un punto P de r , que equidiste de los puntos $O = (0, 0, 0)$ y $A = (3, 2, 1)$.

b) Un plano α que contenga a r y sea paralelo a la recta

$$s \equiv \begin{cases} -2x - y - 3 = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$$

■ Dadas las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x - 3z + 2 = 0 \\ y - 2z - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 1 - \lambda \end{cases} \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

a) Estudia su posición relativa.

b) Calcula la distancia entre ellas.

■ Dados los vectores $\vec{u} = (1, 3, -1)$, $\vec{v} = (2, 0, 1)$ y $\vec{w} = (2, -1, 0)$, calcular:

a) El volumen del paralelepípedo formado por los vectores \vec{u} , \vec{v} y \vec{w} .

b) Halla un vector perpendicular a los vectores \vec{v} y \vec{w} y de módulo 1.

3. CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD

■ Calcula b para que la función $f(x) = x^3 - 9x + 2$ cumple las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[0, b]$. Calcula el punto dónde se cumple la tesis.

■ Demuestra que la ecuación $x^3 - 12x = -2$ tiene una única solución en el intervalo $[3, 4]$.

■ Demuestra que la ecuación $1 + \sin x = \sqrt{x}$ tiene al menos una solución positiva, y hálala con aproximación a las décimas.

■ Calcula los valores de a , b y c para que la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ bx + c & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo $[-2, 2]$.

- Hallar a y b para que la función $f(x)$ sea continua.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{si } x < -1 \\ ax + b & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ 3x^2 + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Para esos valores de a y b estudiar la derivabilidad de $f(x)$.

- Calcular a y b para que la función $f(x)$ sea derivable en $x = 1$:

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{si } x \leq 1 \\ e^{1-x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- Hallar los extremos relativos y los puntos de inflexión de $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$

4. CÁLCULO INTEGRAL

- Calcula el área encerrada por la curva $y = -x^2 + 4$ y la recta $y = 2x - 4$.
- Calcular $F(x)$, primitiva de la función $f(x) = e^{-x}(x^2 + 1)$ que cumpla que $F(0) = 2$.
- Calcula la primitiva de la función $f(x) = x \cdot e^{x^2} + \frac{x}{x^2 + 1} - 3x \operatorname{sen}(x^2)$ que pasa por el punto $(0, 5)$.

5. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

- El estudio de un cuestionario sobre el grado de satisfacción de los usuarios de servicios públicos revela que la satisfacción sigue una distribución normal, con una nota media de 5,7 puntos y con una desviación típica de 0,5 puntos.
 - a) Calcula la probabilidad de que la calificación de un usuario esté entre 6 y 7 puntos.
 - b) De 1000 usuarios, ¿cuántos habrán otorgado una nota entre 4 y 6 puntos?
- La Junta de Extremadura ha convocado oposiciones para cubrir 25 plazas de administrativo, a las que se han presentado 485 opositores. La prueba consiste en un único examen que se calificará con una nota de 0 a 10. Las

puntuaciones obtenidas siguen una distribución normal con media 5,6 y desviación típica 1,7. Calcula:

- a) Cuántos opositores han obtenido una nota comprendida entre 4 y 6.
 - b)Cuál es la nota de corte para ser seleccionado.
- Los salarios mensuales de los recién graduados que acceden a su primer empleo se distribuyen normalmente con una media de 1300 € y desviación típica de 300 €.
 - a) Calcular el porcentaje de graduados que cobran menos de 700 € al mes.
 - b) Calcular el porcentaje de graduados que cobran entre 790 y 1000 €.
 - c) ¿Qué salario debe cobrar un graduado para que el 80 % de ellos cobre menos que él?
 - Se realiza encuesta a 2500 personas para saber su asistencia a una obra del Teatro Clásico y a un concierto de Stone & Music en el Teatro Romano de Mérida en días distintos. De ellas, 1800 personas, asistieron a la obra de teatro, 1100 al concierto y 320 no asistieron a ninguna de las dos actividades. Eligiendo al azar a uno de los encuestados, se desea saber:
 - a) Probabilidad de que viera la obra de teatro y el concierto.
 - b) Probabilidad de que viera la obra de teatro, sabiendo que vio el concierto.