

Recordar que el modelo es solo una colección de 10 ejercicios, que no son los únicos posibles, ni los exámenes tienen que ser parecidos a ellos. Este documento incluye otros ejercicios que ha aportado la comisión y que pueden orientar a los alumnos. De todas formas, lo que marca los ejercicios posibles es la matriz de especificaciones del BOE y el documento anexo, publicado en la web de la universidad, acordado por todos los profesores y ratificado cada año.

## 1. ÁLGEBRA

- Considera las matrices

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -2 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{y} \quad B = \begin{pmatrix} -3 & 3 & 2 \\ -8 & 7 & 4 \\ 8 & -6 & -3 \end{pmatrix}$$

a) Halla la matriz  $X$  que verifica  $A \cdot X + B = 2A$ .

b) Calcula  $B^2$  y  $B^{2016}$ .

- Sea la matriz  $A = \begin{pmatrix} a & 0 & 1 \\ 2 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & a \end{pmatrix}$  y  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$  y  $B = \begin{pmatrix} a \\ -1 \\ a \end{pmatrix}$ . Estudie y clasifique el sistema de ecuaciones  $A \cdot X = B$  según los valores de  $a$ .

- Sean las matrices

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & m & 3 \\ 4 & 1 & -m \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 5 & -3 & 4 \\ -3 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

a) Indica los valores de  $m$  para los que  $A$  es invertible.

b) Resolver la siguiente ecuación matricial  $X \cdot A - B^t = C$  para  $m = 0$ .

- Dada la matriz

$$A = \begin{pmatrix} k & 2 & -1 \\ 2 & 4 & k \\ 3 & 6 & -3 \end{pmatrix}$$

- a) Determina los valores de  $k$  para los que la matriz es regular.
- b) Estudia el rango de la matriz  $A$ , según los valores del parámetro  $k$ .
- Hallar las matrices de la forma  $X = \begin{pmatrix} x & 1 \\ 0 & y \end{pmatrix}$  que verifiquen la ecuación  $X^2 - X = 2I$ , donde  $I$  es la matriz identidad de orden 2.
  - Calcula las matrices  $X$  que conmutan con la matriz  $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix}$ .
  - Considera el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$$\left. \begin{array}{l} x + 2y - 3z = 3 \\ 2x + 3y + z = 5 \end{array} \right\}$$

- a) Calcula  $a$  de manera que al añadir una tercera ecuación de la forma  $ax + y - 7z = 1$  el sistema resultante tenga las mismas soluciones que el original.
- b) Resuelve el sistema para  $a = 1$ .

## 2. GEOMETRÍA

- Sean  $A(-3, 4, 0)$ ,  $B(3, 6, 3)$  y  $C(-1, 2, 1)$  los tres vértices de un triángulo. Se pide:
  - a) Calcula la ecuación del plano que contiene al triángulo.
  - b) Calcula la medida del ángulo  $\hat{A}$  (el que tiene como vértice a  $A$ ).
  - c) Calcula el área del triángulo.
- Discute, según los valores de  $a$ , la posición relativa de los planos:

$$\left. \begin{array}{l} 2x - 5y + 3z = 1 \\ x + 3y + (1-a)z = 0 \\ 3x - ay + 2z = a - 1 \end{array} \right\}$$

- Dada la recta de ecuación  $\frac{x+3}{2} = \frac{y+5}{3} = \frac{z+4}{3}$ , hallar:
  - a) Un punto  $P$  de  $r$ , que equidiste de los puntos  $O = (0, 0, 0)$  y  $A = (3, 2, 1)$ .

b) Un plano  $\alpha$  que contenga a  $r$  y sea paralelo a la recta

$$s \equiv \begin{cases} -2x - y - 3 = 0 \\ z + 1 = 0 \end{cases}$$

■ Dadas las rectas

$$r \equiv \begin{cases} x - 3z + 2 = 0 \\ y - 2z - 1 = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad s \equiv \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 \\ z = 1 - \lambda \end{cases} \quad \forall \lambda \in \mathbb{R}$$

a) Estudia su posición relativa.

b) Calcula la distancia entre ellas.

■ Dados los vectores  $\vec{u} = (1, 3, -1)$ ,  $\vec{v} = (2, 0, 1)$  y  $\vec{w} = (2, -1, 0)$ , calcular:

a) El volumen del paralelepípedo formado por los vectores  $\vec{u}$ ,  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$ .

b) Halla un vector perpendicular a los vectores  $\vec{v}$  y  $\vec{w}$  y de módulo 1.

### 3. CONTINUIDAD Y DERIVABILIDAD

■ Calcula  $b$  para que la función  $f(x) = x^3 - 9x + 2$  cumple las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo  $[0, b]$ . Calcula el punto dónde se cumple la tesis.

■ Demuestra que la ecuación  $x^3 - 12x = -2$  tiene una única solución en el intervalo  $[3, 4]$ .

■ Demuestra que la ecuación  $1 + \sin x = \sqrt{x}$  tiene al menos una solución positiva, y hálala con aproximación a las décimas.

■ Calcula los valores de  $a$ ,  $b$  y  $c$  para que la función

$$f(x) = \begin{cases} x^2 - ax & \text{si } -2 \leq x < 1 \\ bx + c & \text{si } 1 \leq x \leq 2 \end{cases}$$

cumpla las hipótesis del teorema de Rolle en el intervalo  $[-2, 2]$ .

- Hallar  $a$  y  $b$  para que la función  $f(x)$  sea continua.

$$f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{si } x < -1 \\ ax + b & \text{si } -1 \leq x < 0 \\ 3x^2 + 2 & \text{si } x \geq 0 \end{cases}$$

Para esos valores de  $a$  y  $b$  estudiar la derivabilidad de  $f(x)$ .

- Calcular  $a$  y  $b$  para que la función  $f(x)$  sea derivable en  $x = 1$ :

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + b & \text{si } x \leq 1 \\ e^{1-x} & \text{si } x > 1 \end{cases}$$

- Hallar los extremos relativos y los puntos de inflexión de  $f(x) = \frac{1}{x} + \ln x$

#### 4. CÁLCULO INTEGRAL

- Calcula el área encerrada por la curva  $y = -x^2 + 4$  y la recta  $y = 2x - 4$ .
- Calcular  $F(x)$ , primitiva de la función  $f(x) = e^{-x}(x^2 + 1)$  que cumpla que  $F(0) = 2$ .
- Calcula la primitiva de la función  $f(x) = x \cdot e^{x^2} + \frac{x}{x^2 + 1} - 3x \operatorname{sen}(x^2)$  que pasa por el punto  $(0, 5)$ .

#### 5. PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

- El estudio de un cuestionario sobre el grado de satisfacción de los usuarios de servicios públicos revela que la satisfacción sigue una distribución normal, con una nota media de 5,7 puntos y con una desviación típica de 0,5 puntos.
  - a) Calcula la probabilidad de que la calificación de un usuario esté entre 6 y 7 puntos.
  - b) De 1000 usuarios, ¿cuántos habrán otorgado una nota entre 4 y 6 puntos?
- La Junta de Extremadura ha convocado oposiciones para cubrir 25 plazas de administrativo, a las que se han presentado 485 opositores. La prueba consiste en un único examen que se calificará con una nota de 0 a 10. Las

puntuaciones obtenidas siguen una distribución normal con media 5,6 y desviación típica 1,7. Calcula:

- a) Cuántos opositores han obtenido una nota comprendida entre 4 y 6.
  - b)Cuál es la nota de corte para ser seleccionado.
- Los salarios mensuales de los recién graduados que acceden a su primer empleo se distribuyen normalmente con una media de 1300 € y desviación típica de 300 €.
    - a) Calcular el porcentaje de graduados que cobran menos de 700 € al mes.
    - b) Calcular el porcentaje de graduados que cobran entre 790 y 1000 €.
    - c) ¿Qué salario debe cobrar un graduado para que el 80 % de ellos cobre menos que él?
  - Se realiza encuesta a 2500 personas para saber su asistencia a una obra del Teatro Clásico y a un concierto de Stone & Music en el Teatro Romano de Mérida en días distintos. De ellas, 1800 personas, asistieron a la obra de teatro, 1100 al concierto y 320 no asistieron a ninguna de las dos actividades. Eligiendo al azar a uno de los encuestados, se desea saber:
    - a) Probabilidad de que viera la obra de teatro y el concierto.
    - b) Probabilidad de que viera la obra de teatro, sabiendo que vio el concierto.