



Real
Sociedad
Española de
Física



XXXVI OLIMPIADA DE FÍSICA
FASE LOCAL – EXTREMADURA (07 de marzo de 2025)

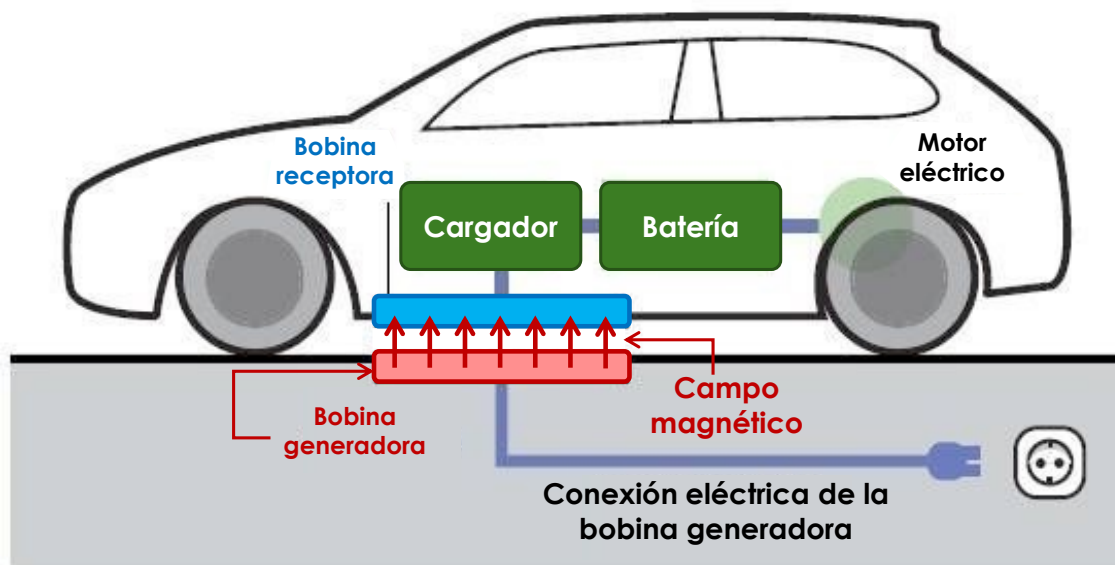
APELLIDOS Y NOMBRE _____

CENTRO DE ESTUDIOS _____

ENUNCIADO

A partir del año 2035 no se podrán vender coches nuevos con motor de combustión que usen gasolina o gasóleo. Por este motivo, gran parte de los esfuerzos de investigación se centran en el desarrollo de formas de carga más rápidas y eficientes que faciliten la progresiva e imparable implantación de los coches eléctricos. En los últimos años se está trabajando en sistemas de carga por inducción, tecnología similar a la que facilita la carga inalámbrica de los teléfonos móviles.

La carga por inducción utiliza un principio simple pero efectivo: una estación de carga instalada en el suelo (o en una plataforma elevada) genera un campo magnético alterno. Este campo magnético induce una corriente eléctrica en una bobina receptora ubicada en el vehículo, que luego se convierte en energía eléctrica para cargar las baterías del automóvil.



(Texto adaptado de <http://www.race.es>)

(Figura adaptada de <https://www.garajehermetico.com/>)



Real
Sociedad
Española de
Física



XXXVI OLIMPIADA DE FÍSICA
FASE LOCAL – EXTREMADURA (07 de marzo de 2025)

Imaginemos un sistema de carga inalámbrica por inducción, extremadamente simple, que consta de una estación de carga con una bobina generadora que produce un campo magnético sinusoidal dirigido hacia arriba, como muestra la figura, y una bobina receptora circular, instalada en el suelo del vehículo, en un plano perpendicular al campo magnético.

Dicho campo magnético tiene la forma:

$$B = 0,6 \sin(100\pi t)$$

donde el campo está en teslas y el tiempo en segundos.

La bobina consta de 100 espiras, su radio es 50 cm y presenta una resistencia de 2 k Ω .

- Calcula la corriente eléctrica inducida en la bobina en función del tiempo.
- Dibuja una gráfica de dicha corriente en función del tiempo.
- ¿Hay algún instante en que no se induzca corriente en la bobina? Razona tu respuesta. En caso de respuesta afirmativa, calcula dichos instantes.



Real
Sociedad
Española de
Física



XXXVI OLIMPIADA DE FÍSICA
FASE LOCAL – EXTREMADURA (07 de marzo de 2025)

SOLUCIÓN

- a) Para el cálculo de la corriente inducida, necesitamos conocer la fuerza electromotriz inducida (ε_{ind}). La ley de inducción de Faraday nos dice:

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_{total}}{dt}$$

donde, el flujo magnético Φ , está dado por:

$$\Phi_{total} = N \cdot \int_S \vec{B} \cdot \vec{dS}$$

siendo N el número de espiras de la bobina, \vec{B} el campo magnético y S la superficie de la espira.

Por tanto, teniendo en cuenta que \vec{dS} es, por definición, perpendicular al plano de la espira, se tiene que \vec{B} y \vec{dS} son vectores paralelos. Además, el campo magnético es constante para todos los puntos de la superficie de la espira, por lo que:

$$\Phi_{total} = N \cdot \int_S B \cdot dS = N \cdot B \cdot \int_S dS = N \cdot B \cdot S = N \cdot B \cdot \pi \cdot r^2$$

donde r es el radio de la espira.

$$\Phi_{total} = N \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 0,6 \sin(100\pi t) \text{ (Wb)}$$

$$\varepsilon_{ind} = -\frac{d\Phi_{total}}{dt} = -N \cdot \pi \cdot r^2 \cdot 0,6 \cdot 100\pi \cdot \cos(100\pi t)$$

$$\varepsilon_{ind} = -10^4 \cdot (0,5^2) \cdot 0,6 \cdot \pi^2 \cos(100\pi t) \approx -14,8 \cos(100\pi t) \text{ (kV)}$$

Utilizando la ley de Ohm, sabiendo que la resistencia de la bobina es $R = 2 \text{ k}\Omega$, la corriente inducida en ella, en función del tiempo, es:

$$I_{ind} = \frac{\varepsilon_{ind}}{R} \approx -7,4 \cos(100\pi t) \text{ (A)}$$

Como se ve, la corriente que se induce es alterna sinusoidal. Al realizar los cálculos, hemos considerado que el \vec{dS} es paralelo al eje Z^+ , lo que supone, implícitamente, que admitimos positivo un recorrido de la bobina en sentido antihorario. Por ello, los valores de $I_{ind} > 0$, corresponden a sentido de circulación antihorario, mientras que los valores de $I_{ind} < 0$, dan lugar a corrientes en la bobina en sentido horario.

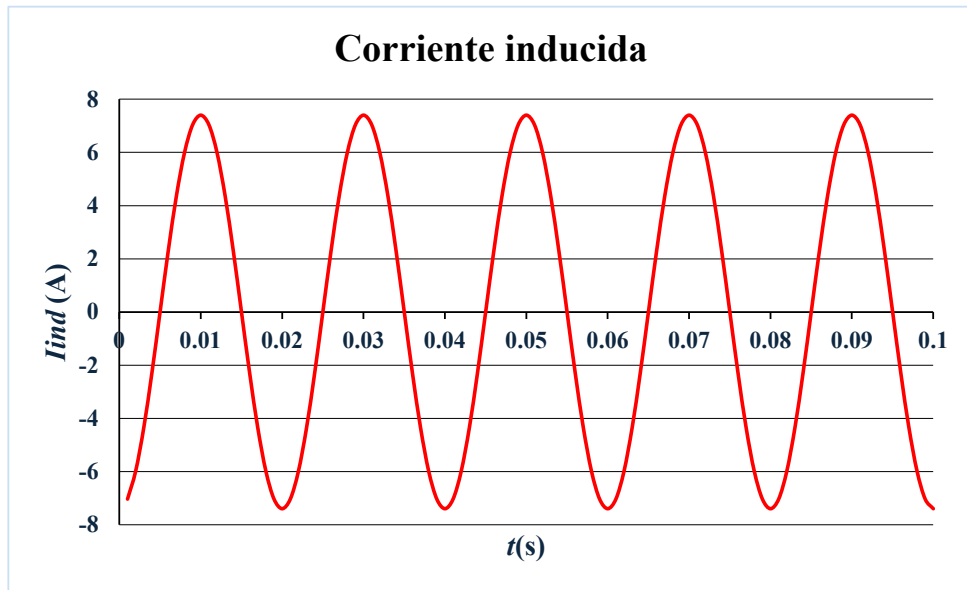


Real
Sociedad
Española de
Física



XXXVI OLIMPIADA DE FÍSICA
FASE LOCAL – EXTREMADURA (07 de marzo de 2025)

b) La gráfica de la corriente inducida en función del tiempo es:



En esta gráfica, los máximos corresponden a corrientes en sentido antihorario y los mínimos a corrientes en sentido horario.

c) La corriente inducida será cero cuando: $\cos(100\pi t) = 0$

$$\cos(100\pi t) = 0 \Rightarrow 100\pi t = \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2}, \frac{5\pi}{2}, \dots$$

Generalizando:

$$\cos(100\pi t) = 0 \Rightarrow 100\pi t = \frac{(2n + 1)\pi}{2}, \text{ con } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

Luego, los instantes en los que no hay corriente inducida, son:

$$t(I_{ind} = 0) = 0,005 \cdot (2n + 1)(s) = 5(2n + 1)(ms), \text{ con } n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

El planeta Real-M Centauro contiene en su centro una carga eléctrica puntual $+Q$, tal que en su superficie los efectos gravitacionales son despreciables frente a los eléctricos. Así, todo cuerpo en las cercanías de la superficie de Real-M Centauro se encuentra exclusivamente sometido a la acción de un campo eléctrico constante, con dirección vertical perpendicular a la superficie del planeta $\vec{E} = E_0 \hat{j}$, siendo $E_0 > 0$.

El droide Mbap2-R2 se encuentra en la superficie de Real-M Centauro y lanza una partícula llamada baluón con velocidad inicial de módulo 200 m/s formando un ángulo θ con la dirección horizontal paralela al suelo. El destinatario del baluón es el droide Veni-3PO, que se encuentra a cierta distancia, también sobre la superficie de Real-M Centauro. El baluón alcanza una altura máxima de 5 m en un tiempo de 0,1 s.

Se pide determinar:

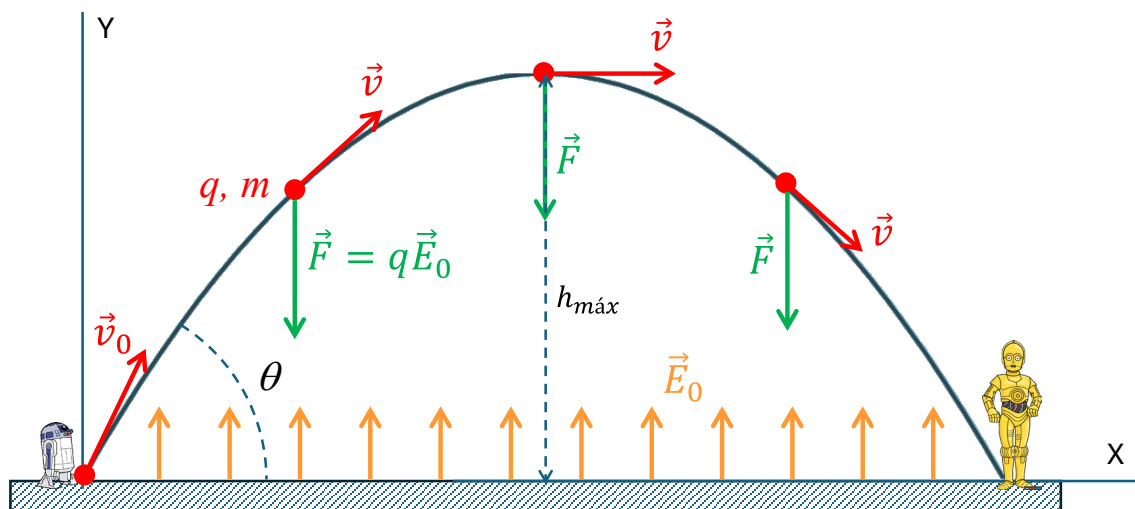
- La carga $+Q$ que existe en el centro del planeta Real-M Centauro.
- La distancia que separa Mbap2-R2 de Veni-3PO.

Datos:

- Carga del baluón: $q = -4 \cdot 10^{-18} \text{C}$
- Masa del baluón: $m = 9 \cdot 10^{-21} \text{kg}$
- Radio del planeta Real-M Centauro: $R = 2 \cdot 10^4 \text{km}$
- Constante de Coulomb: $K = 9 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}^2 \cdot \text{C}^2}$

SOLUCIÓN

a)



Segunda ley de Newton para el baluón:

$$-\hat{j}qE_0 = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{-\hat{j}qE_0}{m}$$

Integramos para obtener la velocidad del baluón en función del tiempo:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{-\hat{j}qE_0}{m} \Rightarrow \int_{\vec{v}_0}^{\vec{v}} d\vec{v} = \int_0^t \frac{-\hat{j}qE_0}{m} dt$$

Con $\vec{v}_0 = v_0(\hat{i} \cos \theta + \hat{j} \sin \theta)$, luego:

$$\vec{v} = v_0(\hat{i} \cos \theta + \hat{j} \sin \theta) - \frac{\hat{j}qE_0}{m} t \quad (1)$$

Si volvemos a integrar, encontramos la posición del baluón en función del tiempo.

$$\begin{aligned} \frac{d\vec{r}}{dt} = v_0(\hat{i} \cos \theta + \hat{j} \sin \theta) - \frac{\hat{j}qE_0}{m} t &\Rightarrow \int_{\vec{r}_0=0}^{\vec{r}} d\vec{r} = \int_0^t \left[v_0(\hat{i} \cos \theta + \hat{j} \sin \theta) - \frac{\hat{j}qE_0}{m} t \right] dt \\ \vec{r} = v_0 t(\hat{i} \cos \theta + \hat{j} \sin \theta) - \frac{\hat{j}qE_0 t^2}{2m} &\quad (2) \end{aligned}$$

Imponemos las condiciones del problema, esto es: la altura máxima, que es 5 m, se alcanza en $t_{\text{máx}} = 0,1$ s. En ese punto, la velocidad solo tiene componente horizontal, como se aprecia en el diagrama, ya que es tangente a la trayectoria y, en ese punto, tenemos un máximo de la parábola.

Por tanto, de (1):

$$\begin{aligned} v_y = 0 \Rightarrow v_0 \sin \theta - \frac{qE_0}{m} t_{\text{máx}} = 0 &\Rightarrow t_{\text{máx}} = \frac{v_0 m \sin \theta}{qE_0} = 0,1 \text{ (s)} \\ \frac{200 \cdot 9 \cdot 10^{-21} \sin \theta}{4 \cdot 10^{-18} E_0} = 0,1 &\Rightarrow E_0 = 4,5 \sin \theta \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \text{ o } \frac{\text{N}}{\text{C}} \right) \quad (3) \end{aligned}$$

Y de (2):

$$\begin{aligned} h_{\text{máx}} = v_0 t_{\text{máx}} \sin \theta - \frac{qE_0}{2m} t_{\text{máx}}^2 = 5 \text{ (m)} \\ 200 \cdot 0,1 \sin \theta - \frac{4 \cdot 10^{-18} E_0}{2 \cdot 9 \cdot 10^{-21}} 0,1^2 = 5 &\Rightarrow 20 \sin \theta - \frac{20E_0}{9} = 5 \text{ (m)} \quad (4) \end{aligned}$$

Las ecuaciones (3) y (4) constituyen un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas, que, resolviendo nos llevan a:

$$\sin \theta = 0,5 \Rightarrow \theta = 30^\circ \text{ y } E_0 = 2,25 \left(\frac{\text{V}}{\text{m}} \text{ o } \frac{\text{N}}{\text{C}} \right) \quad (5)$$

Teniendo en cuenta que la carga del planeta y la de baluón son puntuales, la fuerza entre ellas será la interacción culombiana, por lo que:

$$K \frac{q \cdot Q}{R^2} = qE_0 \Rightarrow Q = \frac{E_0 R^2}{K} = \frac{2,25 \cdot (2 \cdot 10^7)^2}{9 \cdot 10^9} \text{ (C)} \Rightarrow \mathbf{Q = 10^5 \text{ (C)}}$$

b) Para ver la distancia entre los droides tenemos que calcular el alcance máximo del disparo, es decir, el valor de x para un tiempo igual a dos veces $t_{m\acute{a}x}$, por la simetría que presenta la parábola. De esta forma, de (2):

$$x_{m\acute{a}x} = v_0 2t_{m\acute{a}x} \cos \theta \Rightarrow x_{m\acute{a}x} = 200 \cdot 2 \cdot 0,1 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ (m)} \Rightarrow \mathbf{x_{m\acute{a}x} = 34,64 \text{ (m)}}$$



Real
Sociedad
Española de
Física



XXXVI OLIMPIADA DE FÍSICA
FASE LOCAL – EXTREMADURA (07 de marzo de 2025)

APELLIDOS Y NOMBRE _____

CENTRO DE ESTUDIOS _____

ENUNCIADO

El primer aparato para medir la velocidad del viento fue el anemómetro de placa. Este instrumento consistía en una placa como la que se ve en la figura que podía girar un cierto ángulo empujada por el viento. Supongamos que el viento se puede modelar como un flujo constante de partículas de un gas que ejerce una fuerza F sobre la placa dada por la siguiente expresión

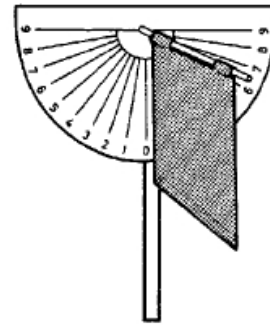
$$F = 2Anmv^2 \cos^2 \alpha$$

donde A es el área de la placa, n es el número de partículas del fluido por unidad de volumen, m es la masa de una partícula de fluido, v es la velocidad de las partículas de fluido y α es el ángulo entre la dirección del fluido y la normal a la placa.

Se pide demostrar que la relación entre la velocidad del viento v y el ángulo θ de la placa es:

$$v = \sqrt{\frac{Mg \sin \theta}{2Anm \cos^3 \theta}}$$

donde M es la masa de la placa y g es la aceleración de la gravedad.



Applying elementary statics to a historical anemometer

María de la Cruz Gallego[†] and José M Vaquero[‡]

[†] *Departamento de Física, Universidad de Extremadura, 06071 Badajoz, Spain (maricruz@unex.es)*

[‡] *Departamento de Matemáticas, Universidad de Extremadura, 06071 Badajoz, Spain (jvaquero@unex.es)*

A simple analysis of the basic plate anemometer shows how its sensitivity depends on the wind speed and the mass of the plate.

One of the first instruments used by meteorologists to measure wind speed was the *plate anemometer*, a swinging plate that was described by Leon Baptista Alberti (1414–1472) around 1450 [1]. Its assembly is very easy. It is only a plate held by a hinge. The plate faces the wind direction and the angle θ , varying between 0 and $\pi/2$, depends on the wind speed. The greater the velocity, the greater this angle will be. If the velocity becomes zero, the plate will not move and the angle θ will be equal to zero. The angle will tend to an asymptotic value of $\pi/2$.

The plate anemometer is shown schematically in figure 1. \vec{F} is the wind force acting on the plate, \vec{P} the weight of the plate of mass M , \vec{R} the plate reaction force, and θ is the deviation angle of the plate. The point O represents the hinge and the point C indicates the centre of gravity of the plate. We consider the friction force to be zero.

In this state of equilibrium, the total moment \vec{M}_{TOTAL} taken about O is zero. One can write

$$\vec{M}_{\text{TOTAL}} = \vec{r}_P \times \vec{P} + \vec{r}_F \times \vec{F} + \vec{r}_R \times \vec{R} = 0 \quad (1)$$

where $\vec{r}_P = \vec{r}_F = \vec{OC}$ and $\vec{r}_R = \vec{0}$. Thus, the moment of the plate reaction force is null.

If equation (1) is developed, one obtains

$$Mg \sin \theta = F \cos \theta. \quad (2)$$

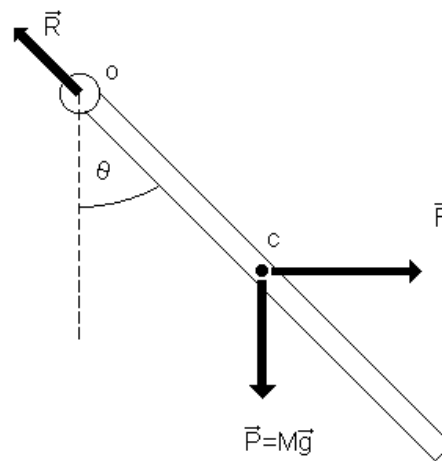


Figure 1.

The evaluation of the fluid force acting on a plate gives the following expression [2]:

$$F = 2Anmv^2 \cos^2 \alpha \quad (3)$$

with A the area of the plate, n the number of fluid particles per unit volume, m the mass of a fluid particle, v the velocity of the fluid particles and α the angle between the fluid direction and the normal to the plate. It is easy to check that angles α and θ are the same.

Obtaining equation (3) is not complicated. When the particles are moving toward the plate at angle α to the normal, their velocity points toward the plate. After they strike the plate they move away with the same velocity. The force on the particle is perpendicular to the plate. Therefore,

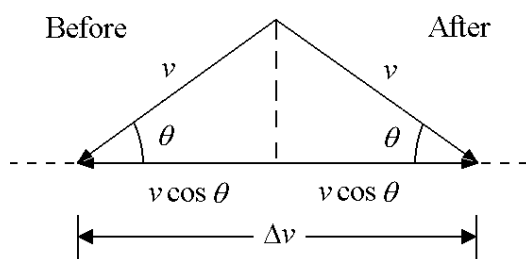


Figure 2.

the component of velocity perpendicular to the plate is reversed, while the component of velocity parallel to the plate does not change (see figure 2). The particle rebounds at the same angle α to the normal. Each particle, as a result of its impact on the plate, suffers a change in its velocity, Δv , that is parallel to the normal. The magnitude of the change is $\Delta v = 2v \cos \alpha$. The change in momentum of a particle is

$$|\Delta p| = m |\Delta v| = 2mv \cos \alpha$$

in the direction of the normal. The number of particles arriving at an area A of the plate per unit time is the number in a slanted cylinder whose length is equal to the velocity v and whose cross section is $A \cos \alpha$. Thus, the number of particles is $n v A \cos \alpha$. Each particle in this cylinder suffers a change of momentum equal to $2mv \cos \alpha$. The change of momentum of the stream of fluid per unit time in a direction perpendicular to the plate is then

$$(n v A \cos \alpha) \times (2mv \cos \alpha) = 2Anm v^2 \cos^2 \alpha.$$

This is equal to expression (3).

By introducing equation (3) into equation (2), one obtains

$$Mg \sin \theta = 2Anm v^2 \cos^3 \theta. \quad (4)$$

Thus, the expression for the wind speed is

$$v = \sqrt{\frac{Mg \sin \theta}{2Anm \cos^3 \theta}} \quad (5)$$

where n is the number of 'air gas' particles and m the mass of an 'air gas' particle. The air is composed of various gases, but it is easy to estimate n and m [3].

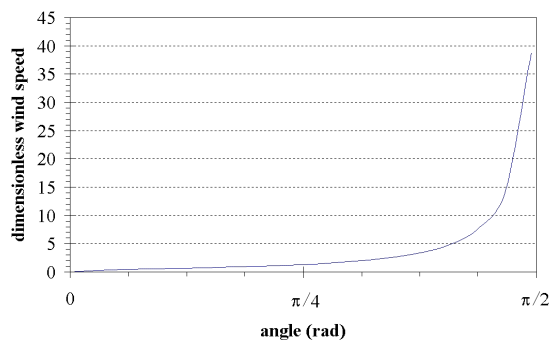


Figure 3.

This result shows the nonlinear relation between the wind speed and the angle measured in a plate anemometer. Furthermore, this result gives us information about the precision of the apparatus. We have represented the relation between the dimensionless wind speed $v_* = \sqrt{\sin \theta / \cos^3 \theta}$ and the angle θ . Thus, one can observe the existence of two ranges in figure 3, which displays v_* versus θ . In the first range the angle is between 0 and $\pi/3$, while in the second range it is between $\pi/3$ and $\pi/2$. The apparatus is more precise in the first range than in the second one. This is due to the greater sensitivity of the plate anemometer to angles less than $\pi/3$, where with a little variation of v the angle θ grows a lot. By contrast, the second range is characterized by rather imprecise measurements because with a great variation of the velocity v the angle θ scarcely grows. In order to obtain an accurate measurement of high wind speed, the mass of the plate must be enough great to restrict the value of θ to less than $\pi/3$.

Received 5 August 1999, in final form 23 August 1999
 PII: S0031-9120(00)06674-0

References

- [1] Sorbjan Z 1996 *Hands-on Meteorology* (American Meteorological Society) p 232
- [2] Alonso M and Finn E J 1992 *Physics* (Addison-Wesley) p 312
 Alonso M and Finn E J 1992 *Física, Vol 1: Mechanics* (Addison-Wesley Iberoamericana) p 247
- [3] Iribarne J V and Godson W L 1981 *Atmospheric Thermodynamics* 2nd edn (Reidel) pp 10–12