

INDICACIONES USO DE LA CALCULADORA.

MATEMÁTICAS II PAU. CURSO 25-26

Con carácter general, las preguntas del examen deben de estar convenientemente justificadas. En este sentido, los contenidos no correspondientes a 2º de Bachillerato no es necesario justificarlos y, por tanto, la calculadora se puede utilizar para encontrar las soluciones de una ecuación polinómica, resolver sistemas de 2 ecuaciones con 2 incógnitas, cálculo de derivadas en un punto, ...

De todas formas, y partiendo de la base de justificar el procedimiento a seguir, analizamos algunas particularidades y cómo acometerlas. Ponemos algunos ejemplos orientativos de los procedimientos válidos y los incorrectos.

ÁLGEBRA

- Se podrán hacer determinantes de matrices usando la calculadora.
- También se podrán realizar productos, sumas, restas, productos por escalares y potencias usando la calculadora. Aun así, se tendrán que especificar los procedimientos; por ejemplo, en el caso de potencias de matrices recurrentes será imprescindible especificar el proceso de generalización. Se deberán ir poniendo en el examen las primeras potencias para que se pueda ver la generalización que se obtiene y especificar el resultado.
- En el cálculo de la inversa habrá que especificar todo el procedimiento. La calculadora quedará para comprobar que el resultado obtenido es el correcto.

No será válido, y por tanto se puntuará con un 0, la realización directa de la misma con la calculadora:

$$\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ -\frac{3}{2} & 1 & -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} & 0 & -\frac{1}{2} \end{pmatrix}$$

Si será válido el cálculo especificando cualquier método de resolución conocido (Gauss-Jordan, la fórmula del producto del inverso del determinante por la traspuesta de la adjunta,...) siempre que se especifiquen convenientemente los pasos a seguir.

- En las ecuaciones matriciales se tendrá que indicar todo el procedimiento para despejar la matriz incógnita. El cálculo de la inversa, como se dijo anteriormente, habrá que hacerlo paso a paso. El resto de las operaciones podrá hacerse con calculadora.

GEOMETRÍA

- La calculadora permite calcular el módulo de un vector, el producto escalar, el producto vectorial, el ángulo que forman dos vectores y cualquier operación de un escalar por un vector, suma, resta, ... En estos casos, se tendrá que especificar el procedimiento para el cálculo de módulos, ángulos, productos escalares y vectoriales y especificar las operaciones a realizar, si fuera necesario.

Por ejemplo, dados dos vectores $\vec{u} = (1,0,2)$ y $\vec{v} = (2,1,0)$ no será válido poner directamente

$$\vec{u} \times \vec{v} = -2\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$$

sino que habrá que hacer el cálculo correspondiente de una de estas dos formas:

$$\vec{u} \times \vec{v} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{vmatrix} = -2\vec{i} + 4\vec{j} + \vec{k}$$

$$\vec{u} \times \vec{v} = \left(\begin{vmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 0 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} \right) = (-2, 4, 1)$$

ANÁLISIS

- En los ejercicios de estudio de la derivabilidad de una función (monotonía, extremos relativos, curvatura y puntos de inflexión) se puede utilizar la calculadora para determinar el valor de la derivada en determinados puntos. En cualquier caso, hay que justificar el cálculo, e interpretar los resultados. No se permitirá representar una función solamente a partir de la tabla de valores obtenida de la calculadora, sino que habrá que estudiar las propiedades locales y globales de la función para representarla.
- Por otra parte, las inecuaciones que puedan derivarse de estudios de funciones podrán realizarse con la calculadora.
- En el cálculo de áreas, se tendrá que realizar el cálculo de los puntos de corte, especificar, caso de existir, los trozos en los que se divide el cálculo, realizar el cálculo de la primitiva y aplicar la regla de Barrow. Se podrá realizar con la calculadora la sustitución de cada límite de integración en la primitiva obtenida. También se podrá realizar con la calculadora el cálculo de la integral definida como comprobación.

Ejemplo: Calcular el área encerrada por la función $f(x) = x^3 - 3x^2 - x + 3$ y el eje de abscisas.

No será válido poner $A = 8u^2$

Para que sea válido habrá que calcular:

Puntos de corte con el eje X: $x^3 - 3x^2 - x + 3 = 0 \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 1, x_3 = 3$
(Se pueden hallar con calculadora)

Especificar las regiones y explicar cómo se calcula cada área

$$A_T = \int_{-1}^1 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx + \left| \int_1^3 (x^3 - 3x^2 - x + 3) dx \right|$$

Hallar una primitiva $\int x^3 - 3x^2 - x + 3 dx = \frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{x^2}{2} + 3x = F(x)$

Aplicar la regla de Barrow a cada integral definida:

$$\int_{-1}^1 x^3 - 3x^2 - x + 3dx = \left[\frac{x^4}{4} - x^3 - \frac{x^2}{2} + 3x \right]_{-1}^1 = F(1) - F(-1)$$

estos valores se pueden hallar con calculadora: $\frac{7}{4} - \left(\frac{-9}{4}\right) = 4$

$$\text{Análogamente: } \left| \int_1^3 x^3 - 3x^2 - x + 3dx \right| = |F(3) - F(1)| = \left| -\frac{9}{4} - \frac{7}{4} \right| = 4$$
$$A_T = 4 + 4 = 8 u^2$$

PROBABILIDAD Y ESTADÍSTICA

• **En los ejercicios de distribución Binomial** se debe identificar la variable aleatoria, indicar sus parámetros y justificar por qué sigue dicha distribución. Además, deben especificarse los cálculos que habría que realizar, aunque los cálculos finales se realicen con la calculadora.

Ejemplo: Se sabe que el 90% de los alumnos aprueba PAU. Si un grupo de 8 amigos se ha presentado a la prueba, ¿qué probabilidad hay de que aprueben al menos 6?

No será válido poner $P(X \geq 6) = 0,9618$

Será válido si

- a) Se especifica el tipo de binomial B(8; 0,9)
- b) Razona por qué es binomial.
- c) Especifica las operaciones $P(X \geq 6) = P(X = 6) + P(X = 7) + P(X = 8)$
- d) Indica las operaciones.

$$P(X = 6) = \binom{8}{6} 0.9^6 \cdot 0.1^2$$

$$P(X = 7) = \binom{8}{7} 0.9^7 \cdot 0.1^1$$

$$P(X = 8) = \binom{8}{8} 0.9^8 \cdot 0.1^0$$

Cada uno de estos cálculos finales se podrá hacer con calculadora

• **En los ejercicios de la distribución Normal**, se debe identificar la variable aleatoria, tipificar e indicar el procedimiento de cálculo según lo planteado en el ejercicio. Los cálculos finales sí se podrán hacer con calculadora. En el caso de la aplicación inversa de la normal habrá que plantear el ejercicio y tipificar. Los cálculos se realizarán posteriormente con la calculadora.

Ejemplo: Se sabe que la altura de los estudiantes de segundo de bachillerato de una cierta población se puede aproximar por una variable aleatoria con distribución normal de media 174 cm y desviación típica 12 cm.

- a) Calcular el porcentaje de estudiantes cuya altura está entre 162 cm y 186 cm
- b) ¿Qué altura tendrá un estudiante si el 67% de los estudiantes miden más que él?

En el apartado a)

No será válido poner $P(162 \leq X \leq 186) = 0,6827$

Habría que decir que se trata de una normal $N(174; 12)$, indicar cómo se va a tipificar $Z = \frac{X-174}{12}$ y especificar las operaciones:

$$P(162 \leq X \leq 186) = P\left(\frac{162 - 174}{12} \leq Z \leq \frac{186 - 174}{12}\right) = P(-1 \leq Z \leq 1) = P(Z \leq 1) - P(Z \leq -1) =$$

$= P(Z \leq 1) - [1 - P(Z \leq 1)]$ y ahora ya se podrá utilizar la calculadora.

En el apartado b)

No será válido

$$P(X \leq a) = 0,33 \rightarrow a \approx 168,72 \text{ cm}$$

Habría que razonar y tipificar. Luego se podrá usar la calculadora.

$$P(X \geq a) = 0,67 \Rightarrow P(X \leq a) = 0,33 \Rightarrow P\left(Z \leq \frac{a - 174}{12}\right) = 0,33 \Rightarrow P\left(Z \leq -\frac{a - 174}{12}\right) = 0,67$$

y ahora ya se podrá utilizar la calculadora y continuar

$$-\frac{a-174}{12} \approx 0,44 \Rightarrow a - 174 = -0,44 \cdot 12 \Rightarrow a = 168,72 \text{ cm}$$
